

Exercices Systèmes

Exercice 1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $(S) : \begin{cases} 3x - 2y = -6 \\ 5x + 3y = 47 \end{cases}$

2) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}^2$ du système :

$$(S') : \begin{cases} 3(x-1)^2 - 2|y+1| = -6 \\ 5(x-1)^2 + 3|y+1| = 47 \end{cases}$$

Exercice 2 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $(S) : \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = -6 \end{cases}$

2) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}^2$ des systèmes :

$$(S_1) : \begin{cases} \frac{1}{1-x} + 2(y-1)^2 = 7 \\ \frac{2}{1-x} - (y-1)^2 = -6 \end{cases}$$

$$(S_2) : \begin{cases} x + 2|y| = 8 \\ 2x - |y| = -4 \end{cases}$$

Exercice 3 :

1) Soit l'équation de 1^{er} degré à deux inconnues : $(E) : 3x - y - 3 = 0$

① Trouver deux couples Solutions de cette équation

② Représenter graphiquement les solutions de cette équation dans un repère

2) Représenter dans le même repère les solutions de l'équation

$$(E') : x - 2y + 4 = 0$$

3) ① En déduire graphiquement la solution du système :

$$(S) : \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

② Résoudre par le calcul le système (S)

③ En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $(S') : \begin{cases} 3x^2 - \frac{1}{y} = 3 \\ x^2 - \frac{2}{y} = -4 \end{cases}$

Exercice 4 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $(S) : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

2) Soit la fonction affine f telle que : $\begin{cases} f(1) + f(3) = 2 \\ 2f(1) + f(3) = 5 \end{cases}$

① Déduire les valeurs de $f(1)$ et $f(3)$

② Montrer que $f(x) = -2x + 5$

correction exercices Systèmes

Ex 1:

$$1/ \quad (S): \begin{cases} 3x \\ 2x \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = -6 \\ 5x + 3y = 47 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} 3x - 6y = -18 & (1) \\ 10x + 6y = 94 & (2) \end{cases}$$

$$\text{eq} \quad \begin{cases} 3x - 6y = -18 \\ (1) + (2) \end{cases} \quad \begin{cases} 19x = 76 \\ 36 - 6y = -18 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} x = \frac{76}{19} = 4 \\ 36 - 6y = -18 \end{cases}$$

$$\text{eq} \quad \begin{cases} 6y = 54 \\ x = 4 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} y = \frac{54}{6} = 9 \\ x = 4 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \{(4, 9)\}$$

$$2/ \quad \text{on pose } a = (x-1)^2 \quad \text{et } b = |y+1|$$

$$\text{le système } (S') \text{ devient: } \begin{cases} 3a - 2b = -6 \\ 5a + 3b = 47 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} a = 4 \\ b = 9 \end{cases}$$

$$\text{eq} \quad \begin{cases} (x-1)^2 = 4 \\ |y+1| = 9 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} x-1 = 2 \quad \text{ou} \quad x-1 = -2 \\ y+1 = 9 \quad \text{ou} \quad y+1 = -9 \end{cases}$$

$$\text{eq} \quad \begin{cases} x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -1 \\ y = 8 \quad \text{ou} \quad y = -10 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \{(3, 8); (3, -10); (-1, 8); (-1, -10)\}$$

Ex 2:

$$1/ \quad (S): \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = -6 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} a + 2(2a + 6) = 7 \\ b = 2a + 6 \end{cases}$$

$$\text{eq} \quad \begin{cases} 5a + 12 = 7 \\ b = 2a + 6 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} 5a = -5 \\ b = 2a + 6 \end{cases} \quad \text{eq} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 2(-1) + 6 \end{cases}$$

$$\text{eq} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \{(-1, 4)\}$$

2/ (S_1) : on pose $a = \frac{1}{1-x}$ et $b = (y-1)^2$

(S_1) devient : $\begin{cases} a+2b=7 \\ 2a-b=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{1-x} = -1 \\ (y-1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -1 \\ y-1 = 2 \text{ ou } y-1 = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \text{ ou } y=-1 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \{(2,3); (2,-1)\}$

(S_2) : $\begin{cases} x+2|y|=8 \\ 2x-|y|=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)+2|y|=7 \\ 2(x-1)-|y|=-6 \end{cases}$

on pose $x' = x-1$ et $y' = |y|$

(S_2) devient : $\begin{cases} x'+2y'=7 \\ 2x'-y'=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=-1 \\ y'=4 \end{cases}$

d'où $(S_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=-1 \\ |y|=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4 \text{ ou } y=-4 \end{cases}$

$S_{\mathbb{R}^2} = \{(0,4); (0,-4)\}$

Ex 3 :

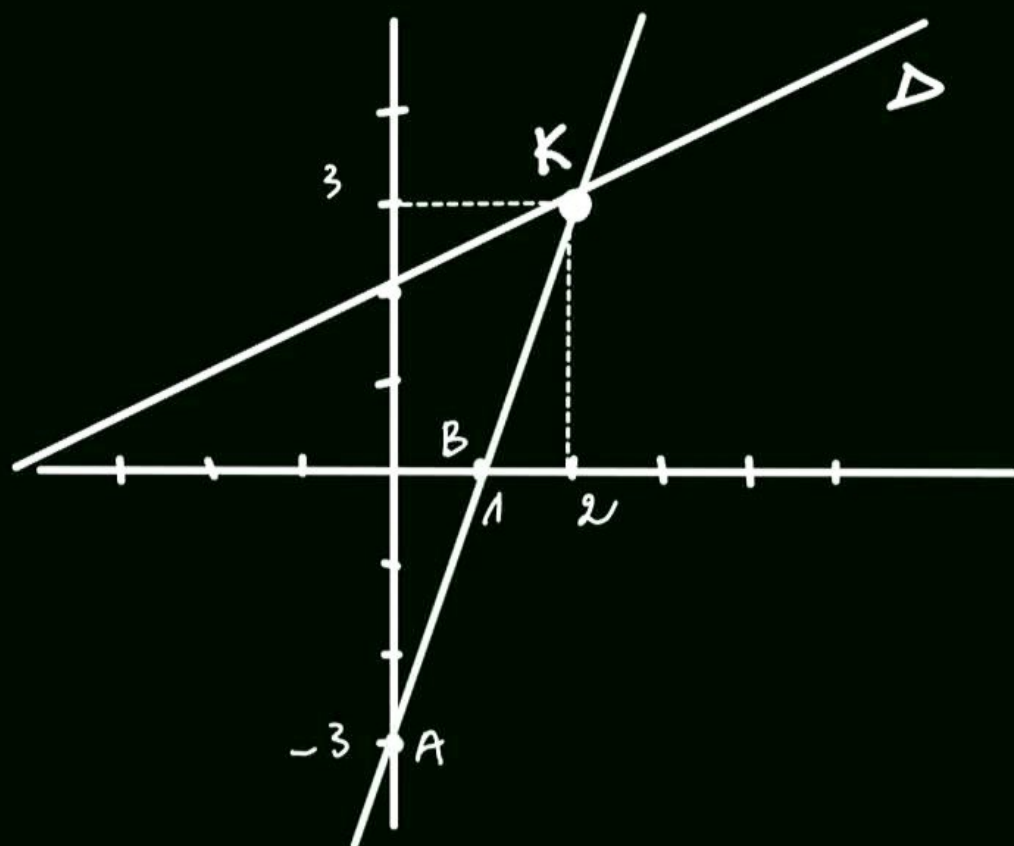
1/ (E) : $3x - y - 3 = 0$

a/ si $x=0$ alors $3 \times 0 - y - 3 = 0$ donc $y = -3$

si $y=0$ alors $3x - 0 - 3 = 0$ donc $x = 1$

alors $(0,-3)$ et $(1,0)$ sont deux solutions de (E) 2

6/ la représentation graphique des solutions
de (E) est la droite (AB) telle que $A(0, -3)$ et $B(1, 0)$



2/ (E'): $x - 2y + 4 = 0$ Eq $y = \frac{1}{2}x + 2$
la représentation graphique de (E')
est la droite Δ d'équation $y = \frac{1}{2}x + 2$

x	0	2
y	2	3

3/ a) (S): $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

Eq $\begin{cases} 3x - y - 3 = 0 \text{ (F)} \\ x - 2y + 4 = 0 \text{ (E')} \end{cases}$

on a $(AB) \cap \Delta = \{K(2, 3)\}$

donc $S_{\mathbb{R}^2} = \{(2, 3)\}$

b/ par le calcul :

$$(S) \text{ éq } \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x - 2(3x - 3) = -4 \end{cases} \quad \text{éq } \begin{cases} y = 3x - 3 \\ -5x = -10 \end{cases}$$

$$\text{éq } \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \{ (2, 3) \}$$

c/ $(S') : \begin{cases} 3x^2 - \frac{1}{y} = 3 \\ x^2 - \frac{2}{y} = -4 \end{cases}$ on pose $a = x^2$ et $b = \frac{1}{y}$

$$(S') \text{ devient : } \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - 2b = -4 \end{cases} \quad \text{éq } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{donc } (S') \text{ éq } \begin{cases} x^2 = 2 \\ \frac{1}{y} = 3 \end{cases} \quad \text{éq } \begin{cases} x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S_{\mathbb{R}^2} = \left\{ \left(\sqrt{2}, \frac{1}{3} \right) ; \left(-\sqrt{2}, \frac{1}{3} \right) \right\}$$

Ex 4 :

$$1/ \quad (S) : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad \text{éq } \begin{cases} x + y = 2 \quad (1) \\ 2x + y = 5 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{éq } (2) - (1) \begin{cases} 3 + y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{éq } \begin{cases} y = -1 \\ x = 3 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \{ (3, -1) \}$$

$$2/ \quad \begin{cases} f(1) + f(3) = 2 \\ 2f(1) + f(3) = 5 \end{cases}$$

a/ d'après (s) on déduit que $f(1) = 3$
et $f(3) = -1$

b/ on a $f(x) = ax + b$

$$a = \frac{f(1) - f(3)}{1 - 3} = \frac{3 - (-1)}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\begin{aligned} b &= f(x) - ax \\ &= f(1) - (-2) \times 1 = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

d'où $f(x) = -2x + 5$